

2 進数の加減算結果とフラグの関係

2 進数の加減算についてのルールは、実は符号無しも符号付きも基本的に同じである。これは、n ビットの加算器あるいは減算器があれば、符号無し・符号付きのどちらの演算にも使えるという意味である。

では、それらを区別するものは何か。それは「結果の読み方と、キャリー及びオーバーフローのフラグの読み方」である。キャリーフラグは、n ビットの加算の結果、最上位桁からさらに1つ上の桁に溢れが生じた場合1になる。あるいは、減算の結果、最上位からさらに1つ上の桁からの借りが生じた場合も1になる。従って、元の演算数と被演算数を符号無し2進数と考え、結果も符号無し2進数として捉える場合、もしキャリーフラグが1になっていたら、それは「桁溢れ」または「上の桁からの借り」が発生し、結果のnビットだけで数学的な結果が表せていないことを意味する。

これに対し、オーバーフローフラグの意味は、元の演算数と被演算数及び演算結果を符号付き2進数と考えた時、結果がnビットの符号付き2進数で表現できる範囲を超えているという意味である。例えば、もし演算数と被演算数の符号が異なっていれば、結果は絶対にそれら2つの数値の間に入っているため、オーバーフローは生じない。しかし、プラス同士あるいはマイナス同士の演算の結果、見た目の上で符号が逆転していれば(元の最上位ビットが共に0なのに、加算の結果の最上位ビットは1であった等)これは結果が範囲に収まっていなかったことになる。

従って、演算結果の判定に際し、演算が符号無し2進数で行われているとするならばキャリーフラグをチェックし、符号付き2進数で行われているとするならばオーバーフローフラグを見る、というのが正しい方法である。

4ビットの演算の結果について例を示す。AはBはそれぞれ演算数と被演算数を表し、CFとOFはそれぞれキャリーフラグとオーバーフローフラグを表す。

例1)

$$\begin{aligned} A &= 0100 \\ B &= 0011 \\ A + B &= 0111 \quad CF = 0 \quad OF = 0 \end{aligned}$$

A, Bを符号無し2進数としても符号付き2進数と見ても、どちらも $4 + 3 = 7$ で桁上げもオーバーフローも起きていない。

例2)

$$\begin{aligned} A &= 0101 \\ B &= 0110 \\ A + B &= 1011 \quad CF = 0 \quad OF = 1 \end{aligned}$$

A, Bを符号無し2進数と見れば、 $5 + 6 = 11$ で、15を超えていないため桁上げは生じていない。

A, Bを符号付き2進数と見れば、 $5 + 6 = 11$ で、7を超えているためオーバーフローが起きている。

例3)

$$\begin{aligned} A &= 0101 \\ B &= 1101 \\ A + B &= 0010 \quad CF = 1 \quad OF = 0 \end{aligned}$$

A, Bを符号無し2進数と見れば、 $5 + 13 = 18$ で、15を超えているため桁上げが生じている。

A, Bを符号付き2進数と見れば、 $5 + (-3) = 2$ で、オーバーフローは起きていない。

例4)

$$\begin{aligned} A &= 1101 \\ B &= 1010 \\ A + B &= 0111 \quad CF = 1 \quad OF = 1 \end{aligned}$$

A, Bを符号無し2進数と見れば、 $13 + 10 = 23$ で、15を超えてるため桁上げが生じている。

A, Bを符号付き2進数と見れば、 $(-3) + (-6) = (-9)$ で、-8を(マイナス側に)超えているためオーバーフローが起きている。